

L'effet de basculement sur la convection thermique turbulente dans une cellule de convection rectangulaire

ISRAEL LAGREE Richard et CUYPERS Basile

29 mai 2017

Université de Lille 1 Sciences et Technologies, Cité Scientifique,
59650 Villeneuve d'Ascq

Sommaire

1	Introduction	3
2	Fonctionnement du code et équations	4
3	Résultats de la simulation numérique	5
3.1	Courbe de Nusselt sur Nusselt (angle=0°) en fonction de l'angle	5
3.2	Courbe de Reynolds sur Reynolds (angle=0°) en fonction de l'angle . . .	6
3.3	Courbe de Reynolds(x) sur Reynolds(y) en fonction de l'angle	7
4	Interprétation des résultats et hypothèses	7
4.1	Évolution du nombre de Reynolds selon x et selon y	7
4.2	Évolution du nombre de Reynolds global de la cellule	10
4.3	Évolution du nombre de Nusselt par rapport à Nusselt(0°)	12
5	Résumé des observations	14
6	Bibliographie	15

1 Introduction

Il existe 3 modes différents pour le transfert de chaleur dans la nature : la conduction, la convection et le rayonnement. Le rayonnement est le seul mode de propagation en absence de support matériel (le vide par exemple). C'est ainsi que le soleil chauffe la Terre. Tout corps absorbe une partie du rayonnement qu'il reçoit d'un autre corps, le reste étant réfléchi et en contrepartie émet également un rayonnement. Aussi, contrairement à la conduction où le transfert de chaleur dans un solide ou liquide se fait d'une tranche à une autre tranche adjacente du corps et sans mouvement des particules, la convection est capable de mettre en mouvement un fluide (ou un gaz) grâce à une différence de pression ou de température.

En effet, la convection n'apparaît que dans les fluides (liquide ou gaz) où la chaleur est transportée par le mouvement du fluide. Elle peut être forcée ou naturelle. Dans le cas de la convection naturelle, le fluide initialement au repos est mis en mouvement sous l'effet de variations de température entraînant une variation de masse volumique. La convection forcée, quant à elle, est due à un mouvement déjà existant du fluide. Il est possible d'observer ce phénomène à toutes les échelles ; le mouvement de l'eau dans une casserole que l'on chauffe, le mouvement des nuages et la présence du vent dans l'atmosphère ou encore le mouvement du manteau terrestre en sont la preuve.

Dans la suite de ce rapport, nous allons nous intéresser plus précisément aux mouvements de convection dits de Rayleigh-Bénard. Un fluide, placé dans une cellule fermée, est chauffé par le dessous et refroidit par le dessus. On veille à ce que les parois d'en haut et d'en bas soient maintenues à température constante et que la température d'en haut soit toujours inférieure à celle de la paroi d'en bas. Les mouvements d'un fluide en convection sont pilotés en majorité par la flottabilité. Lorsque un élément de fluide est soumis à de la chaleur, son volume va augmenter et par conséquent sa masse volumique va diminuer. L'équilibre des forces dans un fluide est répartie entre la flottabilité, la diffusion thermique et la traînée visqueuse. Alors, lorsque l'élément du fluide va être chauffé, sa flottabilité va augmenter et devenir supérieure aux autres forces (puisque'elle dépend de la masse volumique qui va décroître en fonction de la température). Ainsi, les particules les plus chaudes vont se déplacer vers le haut (dans le sens opposé à la gravité) et les particules les plus froides vont se déplacer vers le bas.

Dans un premier temps, nous allons étudier et expliquer le fonctionnement du code qui a permis la simulation numérique de ce dispositif. Dans un second temps, nous allons analyser les résultats obtenus en effectuant la simulation et tenter d'émettre des hypothèses sur le fonctionnement de la convection dans un système de Rayleigh-Bénard. Pour finir, nous ferons un récapitulatif de ce que nous avons appris tout au long de ce projet.

2 Fonctionnement du code et équations

L'écriture de cette simulation numérique est basée sur la technique de Boltzmann sur réseau (Lattice-Boltzmann en anglais). Cette méthode dite de Boltzmann sur réseau est une approche moderne du comportement en dynamique des fluides. En effet, elle est utilisée pour résoudre numériquement l'équation de Navier-Stokes pour des fluides incompressibles et instationnaires. Elle apporte un point de vue mésoscopique, contrairement à l'équation de Navier-Stokes, où on utilise la fonction de probabilité de présence pour décrire le comportement de chaque molécule. Ce modèle permet une description plus précise que Navier-Stokes car il couvre plus de phénomènes physiques à l'échelle moléculaire comme la diffusion, la friction ou encore le transport de température. Il est alors plus facile de représenter et de pouvoir résoudre numériquement le comportement de fluide complexes à l'aide d'un schéma de collision-propagation des molécules.

Nous avons étudié le transfert moyen de flux dans une cellule carré où la paroi d'en bas avait une température constante T_c et celle d'en haut une température T_f . Dans notre cas, nous avons adopté les approximations de Boussinesq :

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{u} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{\nabla \rho}{\rho_0} + \nu \Delta \vec{u} + \alpha \vec{g} T \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (2)$$

L'équation (1) est une équation qui est obtenue à partir de l'équation de bilan de la quantité de mouvement (équation de Navier-Stokes) et l'équation (2) signifie qu'il s'agit d'un fluide incompressible. Les termes utilisés sont : t : temps ; \vec{u} : vitesse d'une particule fluide ; ρ : masse volumique du fluide ; ν : viscosité cinématique du fluide, T : différence de température.

Aussi, ce problème peut être contrôlé par plusieurs nombres adimensionnels comme le nombre de Rayleigh Ra , le nombre de Prandtl Pr :

$$Ra = \frac{(\alpha g \Delta T H^3)}{\nu \kappa} \quad (3)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} \quad (4)$$

Les termes utilisés dans les équations de Ra et Pr sont : α : coefficient de dilatation thermique volumétrique ; g : accélération de la pesanteur ; ΔT : différence de température entre les 2 parois ; H : longueur caractéristique de la cellule ; ν : viscosité cinématique ; κ : diffusivité thermique.

Nous avons choisi de prendre les nombres de Rayleigh et de Prandtl constants afin de faciliter les prises de données ; ici, $Ra = 10^7$, $Pr = 100$. La situation où l'angle d'inclinaison est $\beta = 0^\circ$ est prise comme état initial et sert de référence aux autres acquisitions. Les acquisitions se font pour des angles allant de 0° à 90° .

3 Résultats de la simulation numérique

Après avoir effectué toutes les simulations du mouvement convectif selon les différentes inclinaisons (angle de 0° à 90°), nous avons tracés à l'aide des données obtenus plusieurs courbes. La simulation permet d'obtenir plusieurs valeurs en sortie comme la vitesse ou la température sur l'ensemble de la cellule ou selon les directions x et y . Ainsi, nous avons choisi d'étudier deux valeurs : le nombre de Nusselt Nu et le nombre de Reynolds Re , qui représentent respectivement le transfert thermique et le type d'écoulement dans la cellule.

3.1 Courbe de Nusselt sur Nusselt (angle= 0°) en fonction de l'angle

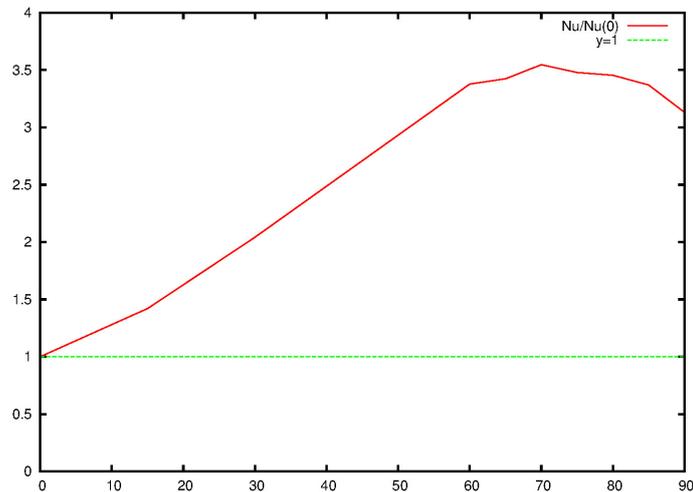


FIGURE 1 – Courbe du rapport entre Nu pour un angle choisi et $Nu(0^\circ)$. Les différents angles d'inclinaison sont en abscisse. Le rapport $Nu/Nu(0^\circ)$ est en ordonnée. On observe une valeur maximale du rapport $Nu/Nu(0^\circ)$ pour un angle de 70° .

Selon la figure 1, la courbe de $Nu/Nu(0^\circ)$ est toujours supérieure à 1 ; c'est-à-dire que pour un angle d'inclinaison supérieur à 0° , le transfert thermique dans la cellule est toujours supérieur à celui quand la cellule n'est pas incliné. Cependant, la valeur de Nusselt diminue après avoir atteint son maximal pour l'angle 70° .

3.2 Courbe de Reynolds sur Reynolds (angle=0°) en fonction de l'angle

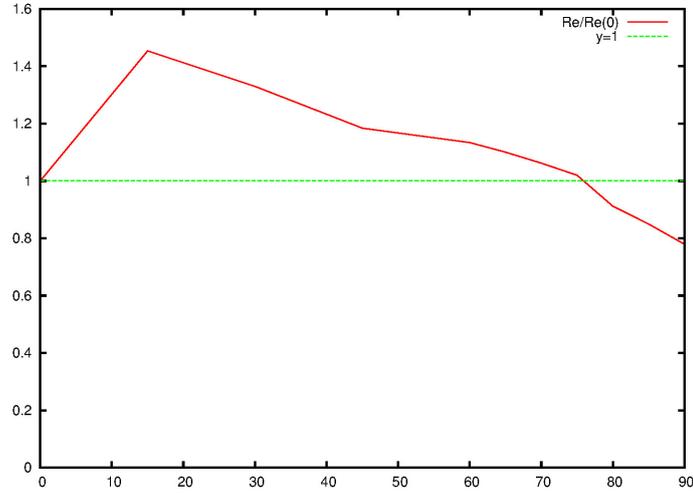


FIGURE 2 – Courbe du rapport entre Re pour un angle choisi et $Re(0^\circ)$. Les différents angles d'inclinaison sont en abscisse. Le rapport $Re/Re(0^\circ)$ est en ordonnée. On observe une valeur maximale du rapport $Re/Re(0^\circ)$ pour un angle de 15° .

La figure 2 montre l'évolution du nombre de Reynolds normalisé par sa valeur pour l'angle 0° en fonction de la valeur de l'angle d'inclinaison. On peut remarquer que la courbe croît jusqu'à la valeur de Reynolds pour l'angle 15° , qui est son maximum ; avant de décroître et de passer sous la valeur 1 (valeur qui représente le rapport entre l'angle d'inclinaison actuel par rapport à l'angle 0°) à partir de l'angle 75° . La valeur de Reynolds est obtenue en faisant la moyenne sur l'ensemble de la cellule des nombres de Reynolds selon x et selon y : $Re = \sqrt{Re_x^2 + Re_y^2}$.

3.3 Courbe de Reynolds(x) sur Reynolds(y) en fonction de l'angle

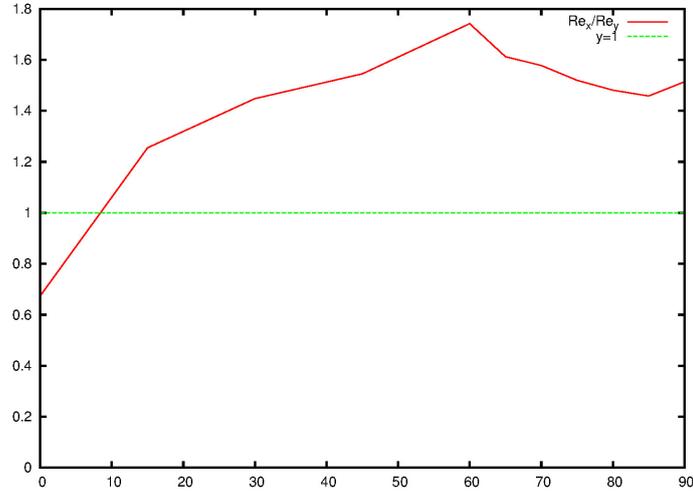


FIGURE 3 – Courbe du rapport entre Reynolds(x) et Reynolds(y) en fonction des angles indiqués en abscisse. Courbe croissante de 0° à 60° . Courbe décroissante de 60° à 90°

On observe la courbe représentant l'évolution du nombre de Reynolds selon x par rapport au nombre de Reynolds selon y en fonction de l'angle sur la figure 3. Pour une valeur de beta comprise en 0° et 15° , Re_y est supérieur à Re_x . Ensuite, la courbe croît jusqu'à la valeur pour l'angle 60° avant de décroître légèrement entre 60° et 90° .

4 Interprétation des résultats et hypothèses

4.1 Évolution du nombre de Reynolds selon x et selon y

Étudions premièrement le rapport entre le nombre de Reynolds selon la direction x et selon la direction y. Ces deux termes s'écrivent :

$$Re_x = \frac{\sqrt{(U_x^2)}L}{\nu} \quad (5)$$

$$Re_y = \frac{\sqrt{(U_y^2)}L}{\nu} \quad (6)$$

U_x et U_y représentent les vitesses selon les axes x et y, L la grandeur caractéristique de la cellule et ν la viscosité cinématique. Puisque les deux valeurs précédentes sont fixées, il s'agit d'étudier le rapport entre les vitesses dans les directions de la cellule.

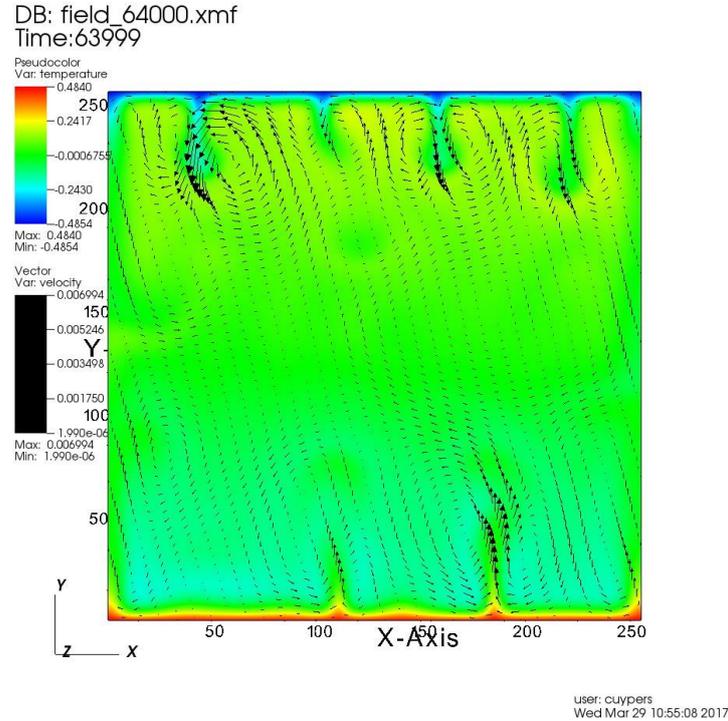


FIGURE 4 – Capture du mouvement de la cellule après stabilisation du système pour l'angle 0° . On observe la présence de multiples plumes thermiques qui sont responsables des valeurs plus importantes de la vitesse selon y que selon x.

Pour l'angle d'inclinaison 0° , ce rapport est inférieur à 1 ce qui signifie que la vitesse selon y est plus importante que celle selon x. En observant les images obtenues grâce à la simulation (Figure 1), nous pensons que ceci peut s'expliquer par la présence de plumes thermiques qui donnent un mouvement quasi verticale au fluide. Pour des angles compris entre 15° et 60° , l'évolution du rapport entre les vitesses augmente et reste supérieur à 1. Cela signifie que cette fois, les vitesses selon x sont plus importantes que les vitesses selon y.

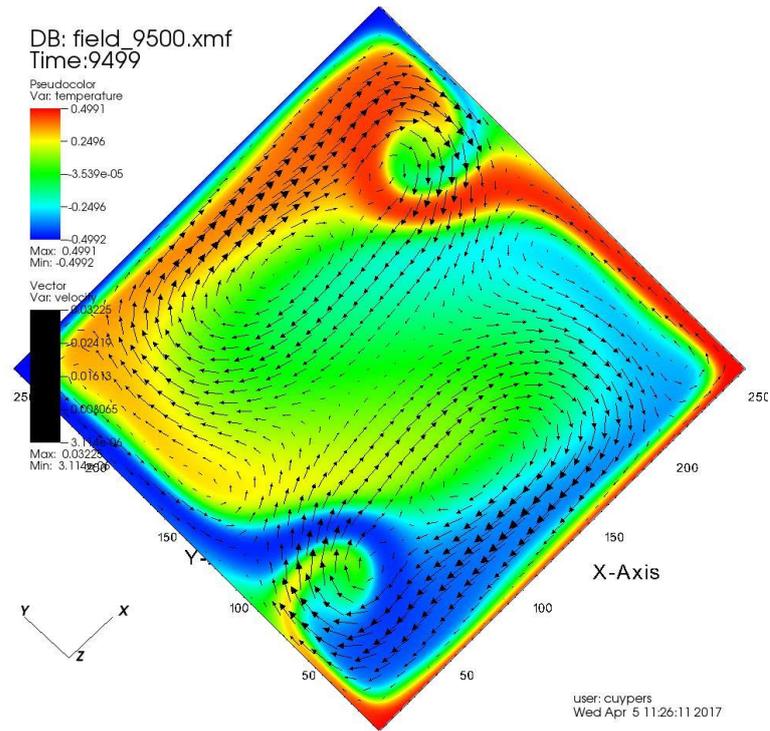


FIGURE 5 – Capture du mouvement du fluide dans la cellule pour un angle de 45° . On peut constater deux larges circulations du fluide en forme de tourbillons aplatis suivant l'axe des x qui explique que les vitesses sont plus importantes suivant x que suivant y sur l'ensemble de la cellule.

Sur la figure 5, on peut voir que le mouvement du fluide dans la cellule est séparé en deux tourbillons aplatis selon la direction des x pour un angle d'inclinaison de 45° . Cette capture tend à confirmer les données obtenues sur la courbe. Le mouvement et les vitesses des particules du fluide sont plus importants et plus nombreux selon la direction des x ; ainsi, la moyenne des vitesses selon chaque direction sur la cellule donne un rapport entre Re_x et Re_y supérieur à 1 et croissant. Enfin, pour des angles compris entre 65° et 90° , le rapport entre les vitesses diminue; les vitesses semblent commencer à se compenser.

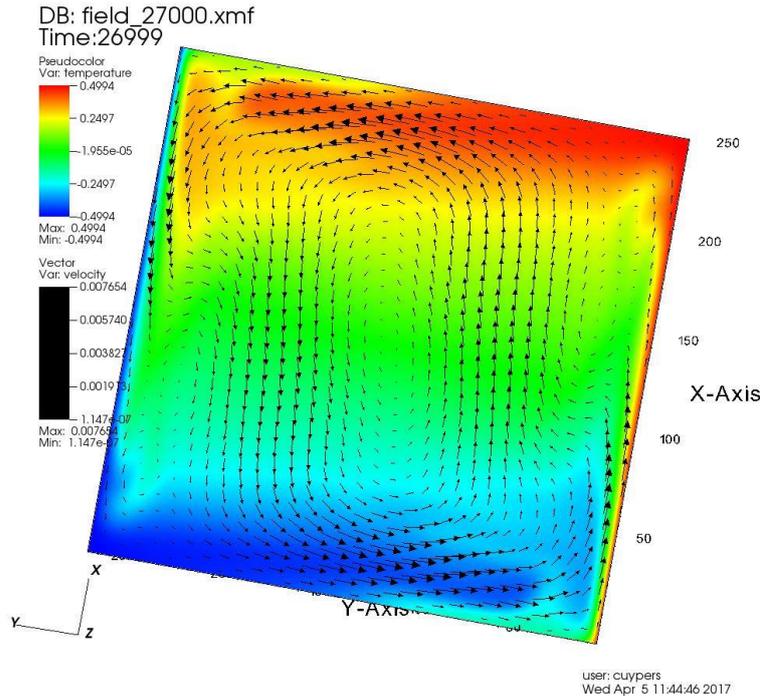


FIGURE 6 – Capture du mouvement du fluide dans la cellule pour un angle de 80° . On constate la présence d'un seul mouvement de circulation qui occupe l'intégralité de la cellule. Le rapport entre les vitesses selon x et selon y a donc tendance à diminuer et tendre vers 1.

Grâce à la figure 6, on peut observer que pour un angle de 80° le mouvement du fluide à l'intérieur est différent des angles plus petits. On voit que le mouvement n'est plus dirigé que par un seul tourbillon qui occupe l'ensemble de la cellule. On peut donc dire que les vitesses selon x et selon y deviennent assez similaires et par conséquent, le rapport entre ces deux termes diminue.

4.2 Évolution du nombre de Reynolds global de la cellule

Ensuite, nous avons tracé une courbe qui cette fois représente le Reynolds global sur la cellule et non plus selon les directions x et y. Le nombre de Reynolds indique le type d'écoulement du fluide : laminaire ou turbulent. Ces deux types d'écoulement jouent peut être un rôle dans le processus de transfert thermique à l'intérieur de notre cellule. On constate que la valeur maximale pour le rapport entre le nombre de Reynolds et sa valeur en 0° se trouve pour une inclinaison de 15° .

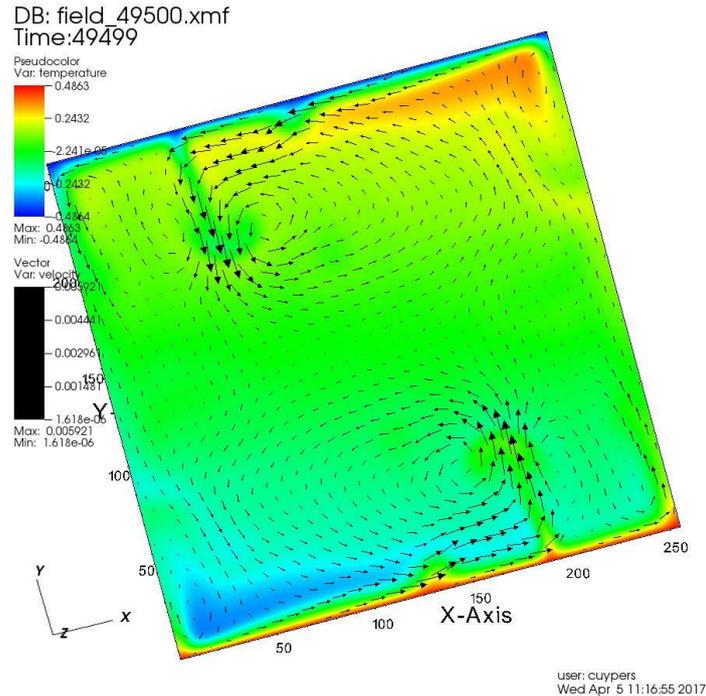


FIGURE 7 – Capture du mouvement du fluide dans la cellule pour un angle de 15° . On observe la présence de deux plumes thermiques et d'un faible mouvement tourbillonnaire associé à la rotation de la cellule. L'addition de ces deux phénomènes peut expliquer l'existence du maximal pour Reynolds en $\beta=15^\circ$.

La figure 7 est une capture du mouvement du fluide pour un angle d'inclinaison de 15° . On remarque la présence de deux phénomènes moteurs pour le mouvement du fluide : deux plumes thermiques et un mouvement de circulation associé à la rotation de la cellule (circulation assez faible au vu de la petite valeur de l'angle d'inclinaison). On peut émettre l'hypothèse que ce sont l'association de ces deux phénomènes qui ont donné la valeur maximale de Reynolds en $\beta=15^\circ$. En effet, pour des angles supérieurs à 15° , il n'y a plus de plumes thermiques ; ce sont seuls les mouvements de circulation engendrés par l'inclinaison qui sont moteurs du mouvement. On remarque que pour des angles supérieurs à 75° le rapport entre le nombre de Reynolds et le nombre de Reynolds pour l'angle 0° est inférieur à 1.

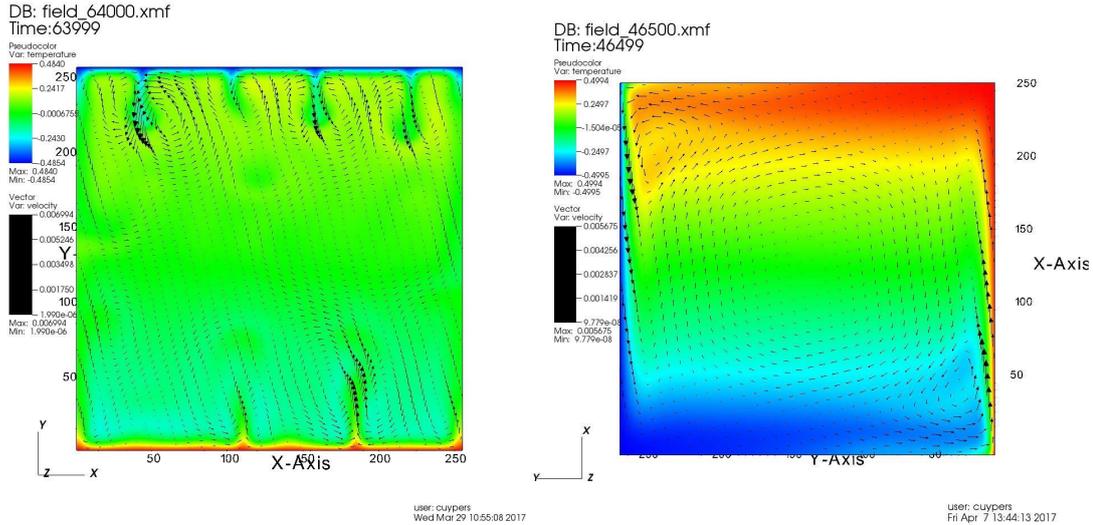


FIGURE 8 – Captures des mouvements du fluide pour des angles de 0° et de 90° d’inclinaison. On remarque que les vitesses dans le fluide sont plus faibles pour un angle de 90° par rapport à l’angle 0° . Ceci pourrait expliquer la valeur inférieure à 1 du rapport entre Reynolds et Reynolds pour l’angle 0° ; pour des angles supérieurs à 75° , l’écoulement semble moins turbulent que pour des valeurs d’angle moindre.

En observant la figure 8 qui représente un capture du mouvement du fluide pour un angle de 0° et de 90° , on remarque que les vitesses du fluide pour l’angle 90° sont moins importantes que les vitesses pour l’angle d’inclinaison de 0° . Les plumes thermique semblent causées un mouvement plus chaotique dans la cellule. Ainsi, le rapport entre Reynolds et Reynolds pour l’angle 0° est inférieur à 1 pour des angles supérieurs à 75° . Il semble que l’écoulement du fluide dans la cellule soit moins turbulent que pour des valeurs d’angle inférieures.

4.3 Évolution du nombre de Nusselt par rapport à Nusselt(0°)

Enfin, nous avons pu tracer la courbe représentant les valeurs du nombre de Nusselt par rapport à sa valeur pour un angle d’inclinaison de 0° . Le nombre de Nusselt représente le rapport entre le transfert thermique global et celui par conduction. Il semble alors logique que dans notre cas le rapport soit toujours supérieur à 1 car c’est la convection ici qui est le phénomène qui dirige le transfert thermique dans le fluide. Le nombre de Nusselt est une fonction du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl : $Nu = f(Re, Pr)$. Le nombre de Prandtl ayant été posé comme une constante égale à 100, le nombre de Nusselt n’est en fait dépendant que du nombre de Reynolds dans notre étude ; et donc dépend du type d’écoulement (laminaire ou turbulent).

Si on décide de comparer les courbes de Nusselt et de Reynolds obtenues, on remarque que la valeur de Nusselt diminue à partir de 75° et que la valeur de Reynolds, quant à elle, devient inférieure à 1 pour les mêmes valeurs d'angle d'inclinaison. Une très petite valeur de Reynolds signifie un écoulement de fluide qui tend à devenir laminaire (plus 'calme'), or un fluide aura tendance à se mélanger plus rapidement si son écoulement est plus turbulent que laminaire. Ainsi, on peut faire l'hypothèse que le transfert thermique est plus efficace dans un fluide où l'écoulement est dirigé par un nombre de Reynolds important, c'est à dire un fluide turbulent (les mouvements du fluide semblent plus important en régime turbulent).

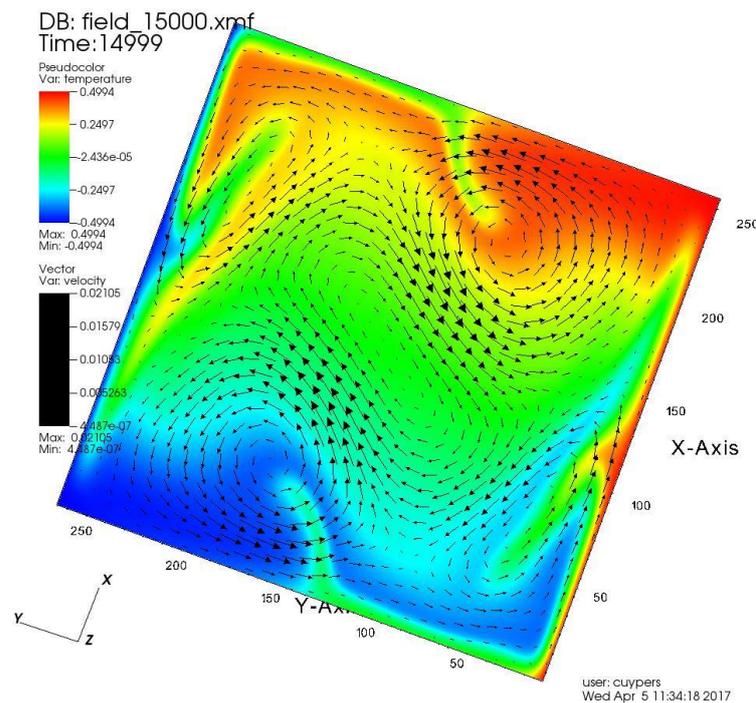


FIGURE 9 – Capture du mouvement du fluide à l'intérieur de la cellule pour un angle d'inclinaison de 70° . On remarque la présence d'un mouvement circulaire au centre de la cellule entouré de 4 autres petits tourbillons. Le régime d'écoulement semble turbulent, le mélange est optimal. Ainsi, le nombre de Nusselt de correspond au rapport entre transfert thermique global et transfert thermique par conduction est maximal.

5 Résumé des observations

Tout au long de ce projet, nous avons étudié l'effet de basculement sur la convection thermique dans une cellule de convection rectangulaire. Après avoir appris à manier le code pour effectuer les simulations, nous avons pu observer les images grâce au logiciel de visualisation Visit.

En ayant analysé ces images, nous avons remarqué que pour un angle d'inclinaison nul (0°), le mouvement du fluide lors de la convection est chaotique et nous n'observons pas de tourbillons à grande échelle mais plutôt des plumes thermiques lors de la stabilisation du système.

Cependant, dès qu'il y a une inclinaison de 15° jusqu'à 45° à 60° , nous observons assez rapidement un grand tourbillon au milieu de la cellule ainsi que 2 petits tourbillons dans 2 des coins opposés de la cellule. Ces 2 petits tourbillons grandissent ensuite pour enfin diviser la cellule en 2 grands tourbillons aplatis. Puis le mouvement redevient chaotique jusqu'à sa stabilisation.

Ensuite, à partir d'une inclinaison de 70° , on observe un seul mouvement de rotation du fluide à grande échelle. Ce tourbillon créé par une inclinaison importante de la cellule changera de sens plusieurs fois au cours de la convection thermique.

L'étude du nombre de Nusselt nous a permis d'observer le phénomène de transfert thermique dans notre cellule. Il semblerait que sa valeur soit liée à celle du nombre de Reynolds, nombre qui caractérise le type d'écoulement du fluide. Lorsque ce dernier est élevé, l'écoulement du fluide est turbulent. C'est dans ce cas que le transfert thermique est optimal. Dans le cas où l'écoulement devient moins turbulent et tend à devenir laminaire, le transfert thermique est moins efficace. Les mouvements importants du fluide dans la cellule semblent aider au transport de la chaleur.

6 Bibliographie

1. F.Chillà et J.Schumacher, New perspectives in turbulent Rayleigh-Bénard convection (2012)
- 2.H.Ozoe, K.Yamamoto, H.Sayama et S.W.Churchill, Natural circulation in an inclined rectangular channel heated on one side and cooled on the opposing side (1974)
- 3.S.Guo, S.Zhou, X.Cen, L.Qu, Y.Lu, L.Sun et X.Shang, The effect of cell tilting on turbulent thermal convection in a rectangular cell (2015)
- 4.O.Shishkina et S.Horn, Thermal convection in inclined cylindrical containers (2016)
- 5.T.Krüger, H.Kusumaatmaja, A.Kuzmin, O.Shardt, G.Silva et E.M.Viggen, The Lattice Boltzmann Method (2017)